2021 - Revision

සාපේක්ෂ ත්වරණය - පසුගිය විභාග ගැටළු විශ්ලේෂණය

2000

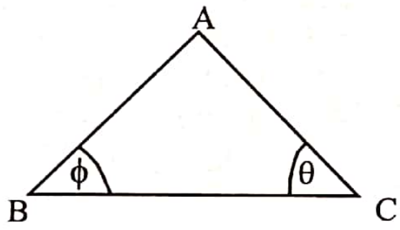
01. ස්කන්ධය M සහ කෝණය α වූ සුමට කුඤ්ඤයක්, තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක් මත තබා ඇත්තේ කුඤ්ඤයෙහි උඩත් මුහුණත තිරස් වන පරිදි ය. මෙම තිරස් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුවේ සහ කුඤ්ඤයේ ත්වරණය නිර්ණය කිරීම සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය $\dfrac{(M+m)g\sin^2\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව සාධනය කරන්න. එහි දිශාව කුමක්ද?

2001

02. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක තිරසට ආනතිය α වූ සුමට මුහුණතක පහලට ලිස්සා යන අතර කුඤ්ඤයට සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත. කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා අංශුව හා කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

2003

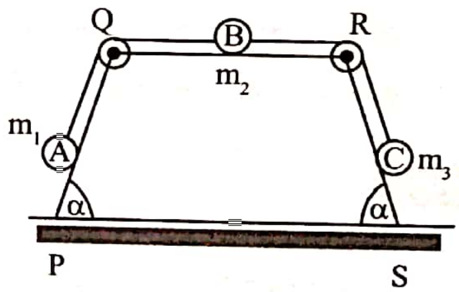
03. රූප සටහනෙහි දක්වෙන්නේ තිරසට පිළිවෙලින් ϕ සහ θ කෝණවලින් ආනත වූ AB හා AC සුමට මුහුණත් දෙකක් සහිත ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයට ABC සිරස් හරස්කඩකි. එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් AB හා AC ඔස්සේ පහලට ලිස්සා යයි. කුඤ්ඤය සවිකොට ඇත්නම් P හා Q හි ත්වරණය සොයන්න.
කුඤ්ඤය සුමට නම් හා සුමට අචල තිරස් තලයක් මත එයට නිදහසේ චලනය විය හැකි නම් තලයට සාපේක්ෂව



කුඤ්ඤයේත් අංශුවලත් ත්වරණ නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියන්න. කුඤ්ඤය ත්වරණයකින් චලනය වන බව පෙන්වන්න. $\theta = \phi$ විට කුඤ්ඤය ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් චලනය වන බව පෙන්වා ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ P හි සහ Q හි ත්වරණය සොයන්න.

2004

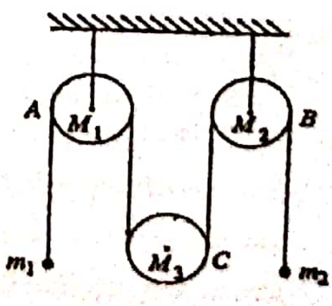
04. රූප සටහනේ ස්කන්ධය M වූ සුමට කොටසක සිරස් හරස්කඩක් දක්වේ. සුමට ලුහු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් Q හා R හි වූ කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් උඩින් යයි. තන්තුවේ කෙලවරට ස්කන්ධය m_1 හා m_2 වූ A, C අංශු දෙකක් ඈඳා ඇත. ස්කන්ධය m_2 වූ තෙවැනි කුඩා සුමට B අංශුවක් Q හා R අතරදී තන්තුවට ඈඳා ඇත. කොටය සුමට තිරස් තලයක නිදහසේ චලනය විය හැක.



තන්තුවල ආතති නිර්ණය කිරීමට සමීකරණ ලියා දක්වන්න. B අංශුවේ ස්කන්ධය නොගිණිය හැකි නම් තන්තුවල ආතති සමාන බව පෙන්වන්න. වැඩිදුරටත් කොටේ ස්කන්ධය නොගිනිය හැකි නම් A හා C මත කොටසේ ප්‍රතික්‍රියාවන්හි විශාලත්වය එක එකක් $\dfrac{2m_1m_3}{m_1+m_3}$ g cos α ට සමාන බව පෙන්වන්න.

2005

05. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් M_1 හා M_2 වූ A හා B සුමට කප්පි දෙකක් සිරස් ලුහු දඬු දෙකක් මගින් සීලිමකට සවිකර ඇත. රූපයෙහි දාක්වෙන පරිදි ලුහු, අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් A, B හා ස්කන්ධය M_3 වූ චලනය විය හැකි සුමට C කප්පියක් වටා යන අතර, තන්තුවෙහි දෙකෙළවරට m_1 හා m_2 ස්කන්ධ සහිත අංශු දෙකක් ඈඳා ඇත. තන්තුවෙහි කප්පි සමඟ ස්පර්ශ නොවන කොටස් සිරස් වෙයි.
තන්තුවෙහි ආතතිය $\dfrac{4m_1m_2M_3g}{4m_1m_2+M_3(m_1+m_3)}$ බව පෙන්වා, පද්ධතිය මගින් සීලිම මත ඇති කෙරෙන බලය සොයන්න.



2006

06. ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. ආරම්භයේ දී එහි තිරසට ආනතිය α වූ තලය මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සීරුවෙන් තබනු ලැබේ. ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව v ප්‍රවේගයෙන් අංශුව ලබාගන්නා විට කුඤ්ඤයේ ප්‍රවේගය, $\frac{mv\cos\alpha}{M+m}$ බව පෙන්වන්න. මෙම මොහොතේ දී, කුඤ්ඤයට සවිකර ඇති අප්‍රත්‍යාස්ථ බාධකයක ගැටී, අංශුව කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි නම් කුඤ්ඤයේ ප්‍රවේගයත් මේසය මත ආවේගයත් සොයන්න

2007

07. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, සෝපානයක සිවිලිමට සවිකරන ලද සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර, තන්තුවේ දෙකෙළවර ස්කන්ධ m සහ Km $(K>1)$ වූ අංශු දරයි. සෝපානය F නියත ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහළට චලනය වීමට සලස්වනු ලබන අතර, එම වේලාවේම, අංශු නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි.
සෝපානයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය සොයා, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{2KM}{K+1}(g+F)$ බව පෙන්වන්න. වඩා බර අංශුව නිශ්චලතාවයෙහි තිබෙන පරිදි F හි අගය සොයන්න.

2008

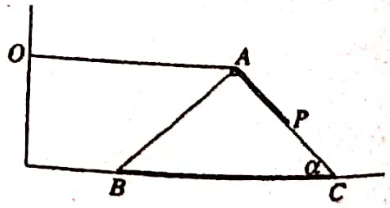
08. ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කුඤ්ඤයෙහි තිරසට α ආනතියක් සහිත මුහුණතක් මත තබා, මුහුණතෙහි වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ ඉහළට v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කුඤ්ඤයේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සහ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය නියත අනුපාතයකින් යුක්ත වන බව පෙන්වන්න.
අංශුව $\frac{2v(3M+m\sin^2\alpha)}{(M+m)\,g\sin\alpha}$ කාලයකට පසුව, කුඤ්ඤය මත අංශුවේ ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය වෙත, ආපසු පැමිණෙන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

2009

09. ස්කන්ධය 2m වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ හරස්කඩ, C හි දී සෘජුකෝණී වූ ABC ත්‍රිකෝණයකි. BAC කෝණය 60^0 වන පරිදි වූ A ශීර්ෂයෙහි කුඩා සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කප්පිය උඩින් යන අතර, එහි දෙකෙළවරට ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 3m සහ m වූ P සහ Q අංශු ඈඳා ඇත. කුඤ්ඤය, එහි BC මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත. Q අංශුව, AC සිරස් මුහුණත සමග ස්පර්ශ වන පරිදි A ට සිරස්ව පහළින් අල්ලා තබන අතර P අංශුව AB ආනත තලය මත තබා ඇත. දැන් Q නිදහස් කරනු ලැබේ නම්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{\sqrt{3}g}{23}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

2010

10. සිරස් බිත්තියක් මත O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, BC ඔස්සේ යන මුහුණත, තිරස් අචල සුමට බිමක් මත පිහිටි ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන ABC ත්‍රිකෝණාකාර සිරස් හරස්කඩෙහි A ශීර්ෂයේ වූ අචල සුමට කප්පියක් මතින් යයි.

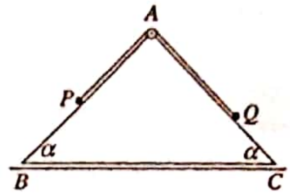


ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවරට සම්බන්ධ කර ඇති අතර රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති ආකාරයට OA තිරස් වන පරිදි තන්තුව නොබුරුල්ව තබා ඇත. F යනු බිමට සාපේක්ෂව කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය ද f යනු කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය ද නම්, $f = F$ බව පෙන්වන්න.
AC තිරසට α කෝණයකින් ආනත නම් P අංශුව සඳහා AC ඔස්සේ ද, පද්ධතිය සඳහා තිරසට ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ $\frac{mg\sin\alpha}{M+2m(1-\cos\alpha)}$ ත්වරණයකින් කුඤ්ඤය බිත්තිය දෙසට චලනය වන බව පෙන්වන්න. ආරම්භයේ දී සිරස් බිත්තියේ සිට තිරස් d දුරකින් B පිහිටන පරිදි පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ පවතී. d ට වඩා PC විශාල නම් $\sqrt{\frac{2d\{M+2m(1-\cos\alpha)\}}{mg\sin\alpha}}$ කාලයකට

පසු $\sqrt{\dfrac{2dmg\sin\alpha}{M+2m(1-\cos\alpha)}}$ වේගයෙන් B බිත්තියෙහි ගැටෙන බව පෙන්වන්න. බිත්තියෙහි B ගැටීමට මොහොතකට පෙර, බිමට සාපේක්ෂව P අංශුවේ වේගය $2\sqrt{\dfrac{dmg\sin\alpha(1-\cos\alpha)}{M+2m(1-\cos\alpha)}}$ බවත් පෙන්වන්න.

2011

11. ස්කන්ධය 2m වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන ABC ත්‍රිකෝණාකාර සිරස් හරස්කඩෙහි A ශීර්ෂයේ දී, කුඩා සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. BC ඔස්සේ යන මුහුණත අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. AB සහ AC යනු අදාළ මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා යැයි ද, $A\hat{B}C = A\hat{C}B = \alpha$ යැයි ද දී ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා λm (λ > a) වූ P හා Q සුමට අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇත. තන්තුව කප්පිය මතින් යන අතර, P හා Q අංශු පිළිවෙලින් AB හා AC මත රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි තන්තුව නොබුරුල්ව පවතින සේ තබා ඇත.



පද්ධතිය නිසලතාවෙන් මුදා හැරේ. P හා Q අංශු සඳහා පිළිවෙලින් BA හා AC ඔස්සේ ද, පද්ධතිය සඳහා තිරසට ද චලිත සමීකරණය ලබා ගන්න.

කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P හා Q අංශු එක එකක ත්වරණයේ විශාලත්වය $\dfrac{(\lambda-1)(\lambda+3)g\sin\alpha}{(\lambda+1)[(\lambda+3)-(\lambda+1)\cos^2\alpha]}$ බව පෙන්වන්න.

Q අංශුව C වෙත ළඟාවෙන විට තන්තුව හදිසියේ ම කැඩී යයි. P අංශුව කප්පිය වෙත ළඟා වී නොමැති බව උපකල්පනය කරමින්, තන්තුව කැඩීයාමෙන් මොහොතකට පසු, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය ලියා දක්වන්න.

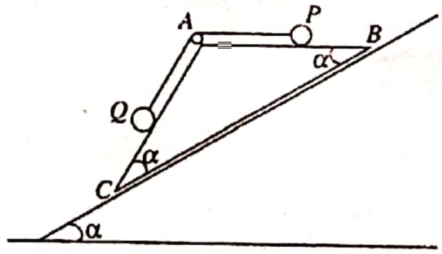
2012

12. තිරස් පොළොවක සිට මීටර 3 ක උසකින් පිහිටි සිවිලිමකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව, ස්කන්ධ m වූ අංශුවක් සවිකර ඇති චලනය විය හැකි සැහැල්ලු සුමට P නම් කප්පියක් යටින් ද, සිවිලිමකට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් ද යවා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය M(> m) වූ Q නම් අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. චලනය විය හැකි P කප්පිය හා අංශුව Q පොළොවේ සිට පිළිවෙලින් මීටර 1/2 ක හා මීටර 1 ක උසින් ද, කප්පිය සමග ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස් සිරස්ව ද පිහිටන විට පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ.

Q අංශුවේ ත්වරණය හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. Q අංශුව තත්පර $\sqrt{\dfrac{4M+m}{(2M-m)g}}$ කාලයකට පසුව පොළවට ළඟා වන බව හා P කප්පිය පොළොවේ සිට මීටර $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3M}{4M+m}$ උසකට ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.

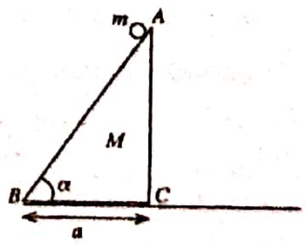
2013

13. ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤය ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ සිරස් හරස්කඩකි. AC හා BC රේඛා අදාළ මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා වන අතර BA හා AC රේඛා BC සමඟ සමාන α $(0 < \alpha < \pi/4)$ කෝණ සාදයි. තිරසට α කෝණයක ආනතියකින් යුතු අචල සුමට තලයක් මත BC අන්තර්ගත මුහුණත ඇතිව ද, AB තිරස්ව ද කුඤ්ඤය රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තබා ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m_1 හා m_2 වන P හා Q අංශු දෙකක්, පිළිවෙලින් AB හා AC මත තබා, A ශීර්ෂයෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව තදව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙහි සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



එක් එක් අංශුවේ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව ත්වරණයත්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණයත් නිර්ණය කිරීම සඳහා P අංශුවට BA දිගේ ද, Q අංශුවට AC දිගේ ද මුළු පද්ධතියට BC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. $m_1 = m_2$ නම්, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුව ත්වරණය ශුන්‍ය වන බවද කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $g\sin\alpha$ බවද පෙන්වන්න.

2014



14. දී ඇති රූප සටහනෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $A\hat{B}C = \alpha$, $A\hat{C}B = \pi/2$ හා BC = a වේ.

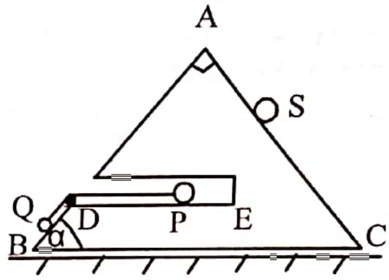
සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත BC අයත් මුහුණත ඇතිව කුඤ්ඤය තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් AB රේඛාව මත A ලක්ෂ්‍යයෙහි සීරුවෙන් තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන තෙක්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න.

දැන්, $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$ හා $M=\dfrac{5m}{2}$ යැයි සිතමු. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන මොහොතේදී කුඤ්ඤයේ වේගය $\sqrt{\dfrac{2ag}{21}}$ බව පෙන්වන්න.

2015

15. දී ඇති රූපයේ ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤ යක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. කුඤ්ඤය තුළ BC ට සමාන්තර වූ DE සිහින් සුමට පීල්ලක් ඇත. AB හා AC රේඛා, අදාළ මුහුණත්වනල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර $A\hat{B}C=\alpha$ හා $B\hat{A}C=\pi/2$ වේ. BC අඩංගු මුහුණත අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත සිටින පරිදි කුඤ්ඤය තබා ඇත. එක එකක ස්කන්ධය m වූ P හා Q අංශ දෙකක් පිළිවෙලින් DE හා DB මත තබා ඒවා, D ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටි කුඩා සුමට සැහැල්ලු කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳා ඇත.

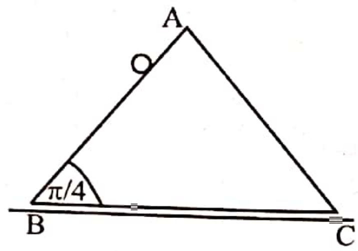


ස්කන්ධය m/2 වූ S අංශුවක් AC මත ලක්ෂ්‍යයක තබා P හා Q සම්බන්ධ කෙරෙන තන්තුව ඇදී තිබියදී, පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

P අංශුවට ED දිගේ ද Q අංශුවට DB දිගේ ද S අංශුවට AC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. තවදුරටත්, මුළු පද්ධතියට BC දිගේ චලිත සමීකරණය ලියන්න. ඒනයින් කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\overrightarrow{BC}$ හි දිශාවට $\dfrac{mg\sin\alpha}{2M+3m-2m\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

2016

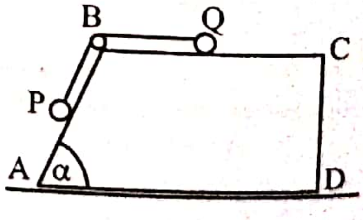
16. රූපයේ දක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය 2m වූ ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා වූ සිරස් හරස්කඩකි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $A\hat{B}C=\pi/4$ වේ. BC අයත් මුහුණත රළු තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුඤ්ඤය තබා ඇත. AB අයත් මුහුණත සුමට වේ. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් රූපයේ දක්වෙන පරිදි AB මත අල්වා තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



කුඤ්ඤය BC හි දිශාවට චලනය වන බවත් ගෙබිම මගින් කුඤ්ඤය මත ඇති කරන ඝර්ෂණ බලයෙහි විශාලත්වය R/6 වන බවත් දී ඇත. මෙහි R යනු ගෙබිම මගින් කුඤ්ඤය මත ඇති කරන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයයි. m හා g ඇසුරෙන්, R නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් වන සමීකරණ ලබා ගන්න.

2017

17. රූපයෙහි දැක්වෙන ABCD ත්‍රපීසියම, ස්කන්ධය 2m වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වේ. තවද AB = 2a ද $B\hat{A}D=\alpha$ ද වේ. මෙහි $0<\alpha<\pi/2$ හා $\cos\alpha=3/5$ වේ. AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. දිග $l\ (>2a)$ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් B හි පිහිටි කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර එහි එක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවරට එම m ස්කන්ධය ම සහිත වෙනත් Q අංශුවක් ද ඈඳා ඇත.

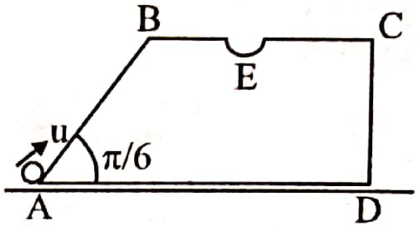


රූපයේ දක්වෙන පරිදි P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ද Q අංශුව BC මත ද තබා තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

ගෙබිමට සාපේක්ෂව කුට්ටියේ ත්වරණය $\dfrac{4}{17}g$ බව පෙන්වා, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි ත්වරණය සොයන්න. තවද P අංශුව A කරා ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\dfrac{17a}{5g}}$ බව පෙන්වන්න.

2018

18. AB = a හා $B\hat{A}D = \pi/6$ වන පරිදි වූ රූපයේ දක්වෙන ABCD ත්‍රපීසියම, ස්කන්ධය 2m වූ සුමට ඒකාකාර කුට්යක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවකි. AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා, එයට $\overrightarrow{AB}$ දිගේ u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබයි.

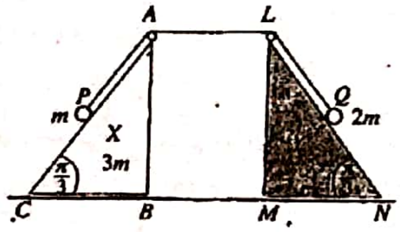


මෙහි $u^2 = \dfrac{7ga}{3}$ වේ. කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි මන්දනය $\dfrac{2g}{3}$ බව පෙන්වා, P අංශුව B කරා ළඟා වන විට, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P අංශුවෙහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

තවද $BE = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ වන පරිදි කුට්ටියෙහි උඩත් මුහුණතෙහි BC මත වූ E ලක්ෂ්‍යයේ කුඩා සිදුරක් ඇත. කුට්ටියට සාපේක්ෂව චලිතය සැලකීමෙන්, P අංශුව E හි ඇති සිදුරට වැටෙන බව පෙන්වන්න.

2019

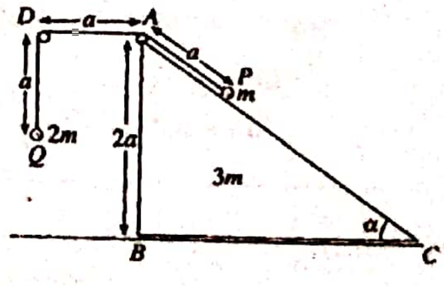
19. රූපයෙහි ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ, $A\hat{C}B = L\hat{N}M = \pi/3$ හා $A\hat{B}C = L\hat{M}N = \pi/2$ වූ BC හා MN අඩංගු මුහුණත් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද පිළිවෙළින් X හා Y සර්වසම සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤ දෙකක ගුරුත්ව කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. ස්කන්ධය 3M වූ X කුඤ්ඤය ගෙබිම මත චලනය වීමට නිදහස් වන අතර Y කුඤ්ඤය අචලව තබා ඇත. AC හා LN රේඛා අදාළ මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ.



A හා L හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පි දෙකක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා 2m වූ P හා Q අංශු දෙකකට ඈදා ඇත. රූපයේ පරිදි ආරම්භක පිහිටීමේ දී තන්තුව නොබුරුල්ව හා AP = AL = LQ = a වන ලෙස P හා Q අංශු පිළිවෙළින් AC හා LN මත අල්වා තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Y වෙත යාමට X ගනු ලබන කාලය, a හා g ඇසුරෙන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

2020

20. රූපයෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, $A\hat{C}B = \alpha$, $A\hat{B}C = \pi/2$ හා AB = 2a වූ BC අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය 3m වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AC රේඛාව, එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වේ. D ලක්ෂ්‍යය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකි. A හා D හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පි දෙකක් මතින් යන දිග 3a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට පිළිවෙළින් ස්කන්ධය m හා 2m වූ P හා Q අංශු දෙක ඈදා ඇත.



රූපයේ දක්වෙන පරිදි P අංශුව AC මත අල්වා තබා AP = AD = DQ = a වන පරිදි Q අංශුව නිදහසේ එල්ලෙමින් පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුව ගෙබිමට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

2000

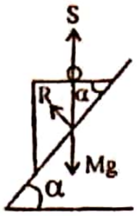
(01)

(අං, කු) = $\overrightarrow{a_1}$

(කු, E) = $a_2 \angle \alpha$ (ලකුණු 05)

(අං, E) = (අං, කු) + (කු, E)

= $\overrightarrow{a_1} + a_2 \angle \alpha$



(ලකුණු 10)

$F = ma$

(m)ට $\rightarrow m(a_1 - a_2 \cos\alpha) = 0 \rightarrow (01)$ (ලකුණු 10)

(m + M) $\angle \alpha$

$Ma_2 + m(a_2 - a_1 \cos\alpha) = (M+m) g \sin\alpha \rightarrow (02)$

(ලකුණු 15)

(01) න් $a_1 = a_2 \cos\alpha$ (02) හි ආ. කිරීමෙන් (ලකුණු 05)

$a_2(M + m - m \cos\alpha \cos\alpha) = (M+m) g \sin\alpha$

$$a_2 = \frac{(M+m) g \sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$ (ලකුණු 05)

අංශුවේ ත්වරණය (m, E) = $\overrightarrow{a_1} + a_2 \angle \alpha$

මෙහි තිරස් සංරචකය = $a_1 - a_2 \cos\alpha$

= 0 (01ට අනුව) (ලකුණු 05)

සිරස් සංරචකය = $\downarrow a_2 \sin\alpha$ (ලකුණු 05)

∴ අංශුවට සිරස් ත්වරණයක් පමණක් ඇති අතර එය,

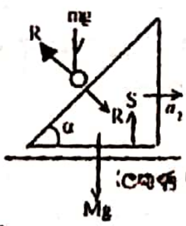
$$\frac{(M+m) g \sin^2\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$ වේ. (ලකුණු 05)

$\boxed{65}$

2001

(02)

(m, කු) = $a_1 \angle \alpha$ (ලකුණු 05)



(කු, E) = $\overrightarrow{a_2}$ (ලකුණු 05)

(m, E) = (m, කු) + (කු, E)

= $a_1 \angle \alpha + \overrightarrow{a_2}$ (ලකුණු 05)

$F = m a$ පද්ධතියට යෙදීමෙන්

$\rightarrow$: $0 = Ma_2 + m(a_2 - a_1 \cos\alpha) \rightarrow (01)$ (ලකුණු 10)

අංශුවට $\angle \alpha$ $mg \sin\alpha = m(a_1 - a_2 \cos\alpha) \rightarrow (02)$ (ලකුණු 10)

$\boxed{35}$

(01) + (02) × cosα මගින්

$$a_2 = \frac{mg \sin\alpha \cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$ බව ලැබේ. (ලකුණු 05)

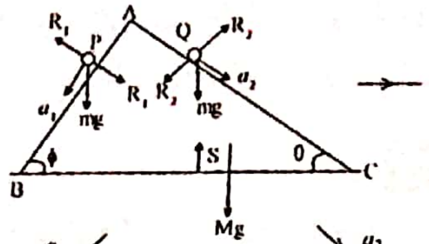
$F = m a$ කූඤ්ඤයට $\rightarrow$ යෙදීමෙන්

$R \sin\alpha = M \times a_2$ (ලකුණු 10)

$$R = \frac{Mmg \cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$ (ලකුණු 05)

2003

(03)



(P, කු) = $a_1 \angle \theta$, (Q, කු) = $a_2 \, \theta$

(කු, E) = $\overrightarrow{f_1}$

(P, E) = (P, කු) + (කු, E)

= $a_1 \angle \phi + \overrightarrow{f_1}$ (ලකුණු 05)

(Q, E) = $a_2 \, \theta + \overrightarrow{f_1}$ (ලකුණු 05)

$\boxed{10}$

$F = mg$ යෙදීමෙන්.

$\angle \phi$ P ට $mg \sin\phi = m(a_1 - f_1 \cos\phi) \rightarrow (01)$ (ලකුණු 05)

θ Q ට $mg \sin\theta = m(a_2 + f_1 \cos\theta) \rightarrow (02)$ (ලකුණු 05)

පද්ධතියට $F = ma$ යෙදීමෙන්.

$0 = Mf_1 + m(f_1 + a_2\cos\theta) + m(f_1 - a_1 \cos\theta) \rightarrow (03)$

(ලකුණු 10)

(03) + (01) × cosφ − (01) × cosθ

$mg \sin\phi \cos\phi - mg \sin\theta \cos\theta = Mf_1 + m(f_1 - f_1 \cos^2\phi)$

$+ m(f_1 - f_1\cos^2\theta)$ (ලකුණු 10)

$$f_1 = \frac{mg \sin 2\phi - \sin 2\theta}{2\left[M + m\left(\sin^2\theta\right) + \sin^2\phi\right]}$$

$\boxed{30}$

$\theta = \phi$ විට $2\theta = 2\phi$ බැවින්

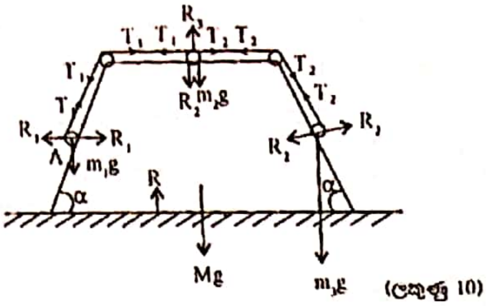
$\sin 2\phi - \sin 2\theta = 0$

$\therefore f = 0$ (ලකුණු 05) ∴ කූඤ්ඤය ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වේ. එවිට P හා Q හි ත්වරණ තැවතාය් (01) හා (02) න් $g \sin\phi$ හා $g \sin\theta$ බව ලැබේ. (ලකුණු 05)

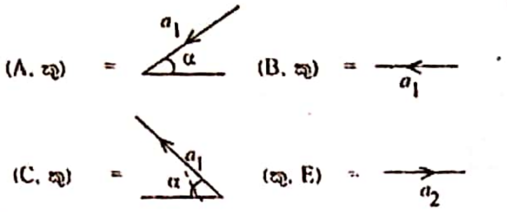
$\boxed{10}$

2004

(04)



(ලකුණු 10)



තන්තු අවිතන්‍ය බැවින් A, B, C අංශුවලත් කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව ත්වරණ විශාලත්වයෙන් සමාන වේ.

$(A, E) = \overset{a_1}{\swarrow}\alpha + \xrightarrow{a_2}$: $(B, E) = \xleftarrow{a_1} + \xrightarrow{a_2}$

$F = ma$ යොදමු. $(C, E) = \overset{a_1}{\nwarrow} + \xrightarrow{a_2}$

පද්ධතියටම → $F = ma$ යෙදීමෙන්

$m_1(a_2 - a_1\cos\alpha) + m_2(a_2 - a_1) + m_3(a_2 - a_1\cos\alpha) + Ma_2 = 0 \rightarrow (01)$

(ලකුණු 15)

A ට ↙ $F = ma$

$m_1 g\sin\alpha - T_1 = m_1(-a_2\cos\alpha + a_1) \rightarrow (02)$

(ලකුණු 10)

← B $F = ma$

$T_1 - T_2 = m_2(a_1 - a_2) \rightarrow (03)$ (ලකුණු 10)

↖ C $F = ma$

$T_2 - m_3 g\sin\alpha = m_3(a_1 - a_2\cos\alpha) \rightarrow (04)$

(ලකුණු 10)

$\boxed{55}$

B අංශුවේ ස්කන්ධය නොගැනිය හැකි නම් එනම් $m_2 = 0$ නම්,
(03) න් $T_1 = T_2$ ලැබේ. (ලකුණු 05)
කොටයේ ස්කන්ධය නොගිනිය හැකි නම් $M = 0$ වේ. $\boxed{05}$

↖α Ⓐ ට $R_1 - m_1 g\cos\alpha = m_1(-a_2\sin\alpha)$ (ලකුණු 05)

$R_1 = m_1(g\cos\alpha - a_2\sin\alpha)$

$T_1 = T_2$ නිසා (02) න්

$m_1 g\sin\alpha - T_1 = m_1(a_1 - a_2\cos\alpha) \rightarrow (05)$

(ලකුණු 10)

(04) න්

$T_2 - m_3 g\sin\alpha = m_3(a_1 - a_2\cos\alpha) \rightarrow (06)$

(05) + (06)

$g\sin\alpha(m_1 - m_3) = a_1(m_1 + m_3) - (m_1 + m_3)a_2\cos\alpha \rightarrow (07)$

(01) න්

$(m_1 + m_3)a_2 - (m_1 + m_3)a_1\cos\alpha = 0 \rightarrow (08)$ (ල. 05)

(07) × cosα + (08)

$g\sin\alpha\cos\alpha(m_1 - m_3) = a_2(m_1 + m_3) - a_2(m_1 + m_3)\cos^2\alpha$

(ලකුණු 05)

$= a_2(m_1 + m_3)(1 - \cos^2\alpha)$

$\therefore a_2 = \dfrac{g\cos\alpha(m_1 - m_3)}{\sin\alpha(m_1 + m_3)}$ (ලකුණු 05)

$\therefore R_1 = m_1\left[g\cos\alpha - \dfrac{g\cos\alpha(m_1 - m_3)}{(m_1 + m_3)\sin\alpha}\sin\alpha\right]$

$R_1 = \dfrac{2m_1m_3g\cos\alpha}{m_1 + m_3}$ (ලකුණු 05)

C ට ↗R $F = ma$

$R_2 - m_3 g\cos\alpha = m_3(a_2\sin\alpha)$

$R_2 = m_3(g\cos\alpha + a_2\sin\alpha)$

$R_2 = m_3\left[g\cos\alpha + g\dfrac{\cos\alpha(m_1 - m_3)\sin\alpha}{(m_1 + m_3)\sin\alpha}\right]$

$R_2 = \dfrac{2m_1m_3g\cos\alpha}{m_1 + m_3}$ (ලකුණු 05) $\boxed{40}$

2005

(05) $x + y + 2z =$ නියතයකි. (ලකුණු 05)

දෙවරක් t විෂයෙන් අවකලනයෙන්,

$\ddot{x} + \ddot{y} + 2\ddot{z} = 0$ වේ. (ලකුණු 05)

$\downarrow f_1 = \ddot{x}$ ද, $\downarrow f_2 = \ddot{y}$ ද

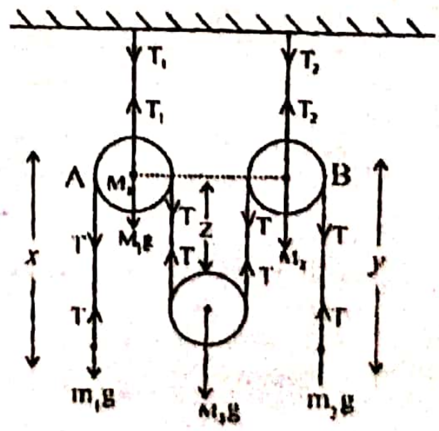
එලෙස ගත්විට $\ddot{z} = \uparrow \dfrac{(f_1 + f_2)}{2}$ (ලකුණු 05)

(a) ත m_1, $E = \downarrow f_1$

ත m_2, $E = \downarrow f_2$

ත H_1, $E = \uparrow \dfrac{(f_1 + f_2)}{2}$

$F = ma$ යෙදීමෙන්



$m_1 /\ \downarrow\ m_1 g - T = m_1 f_1 \rightarrow (01)$ (ලකුණු 05)

$m_2 /\ \downarrow\ m_2 g - T = m_2 f_2 \rightarrow (02)$ (ලකුණු 05)

$M_3 /\ \uparrow\ 2T - M_3 g = m_3\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) \rightarrow (03)$ (ලකුණු 05)

(01) න් $f_1 = g - \frac{T}{m_1}$

(02) න් $f_2 = g - \frac{T}{m_2}$

(03) හි ආ. හි. $2T - M_3 g = \frac{M_3}{2}\left[g - \frac{T}{m_1} + 9 - \frac{T}{m_2}\right]$

$$\frac{4T}{M_3} - 2g = 2g - \frac{T}{m_1} - \frac{T}{m_2}$$

$$T\left[\frac{4}{M_3} + \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right] = 4g$$

$$T\left[\frac{4m_1 m_2 + M_3(m_1 + m_2)}{M_3 m_1 m_2}\right] = 4g$$

$$T = \frac{4m_1 m_2 M_3 g}{4m_1 m_2 + M_3(m_1 + m_2)}$$ (ලකුණු 05) $\boxed{35}$

$T_1 = 2T + M_1 g$: / $T_2 = 2T + M_2 g$ (ලකුණු 10)

පද්ධතිය සිලිම මත ඇති කරන බලය

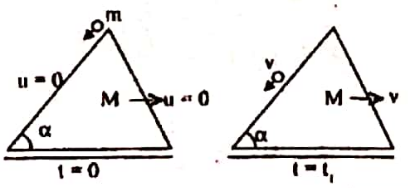
$T_1 + T_2 = 4T + g(M_1 + M_2)$

$$= \frac{16 m_1 m_2 M_3 g}{4m_1 m_2 + M_3(m_1 + m_2)} + g(M_1 + M_2)$$ (ලකුණු 05)

$\boxed{15}$

2006

(06)



(ලකුණු 05)

(කු. E) = $\xrightarrow{V}$ (අ. කු) = $V\angle\alpha$ (ලකුණු 05)

(අං. E) = $V\angle\alpha$ + $\xrightarrow{V}$ = $V\sin\alpha$, $V - u\cos\alpha$

(ලකුණු 05) (ලකුණු 05)

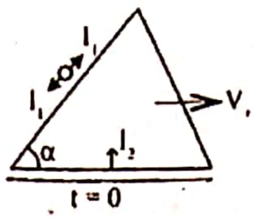
ග. සං. මූල ධර්මය යෙදීමෙන් (ලකුණු 05)

$t = 0$ හා $mt = t_1$ සලකා

$\rightarrow\ 0 = MV + m(V - u\cos\alpha)$

$$\frac{mu\cos\alpha}{M + m} = V$$ (ලකුණු 05)

ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු පද්ධතියේ තිරස් ප්‍රවේගය V_1 නම්. (ලකුණු 05).



$\rightarrow\ (M + m)V_1 = 0 \rightarrow V = 0$

කුඤ්ඤය නිසල වේ.

(ලකුණු 10)

මෙසයෙන් කුඤ්ඤය මත ආවේගී ප්‍රතික්‍රියාව I_2 නම්.

$I = \Delta(mv)$ යෙදීමෙන්.

(ලකුණු 05)

$\uparrow\ I_2 = (M + m) : 0 - [M \times 0 + m(-V\sin\alpha)]$ (ලකුණු 05)

$I_2 = mV\sin\alpha$ (ලකුණු 05)

$\boxed{60}$

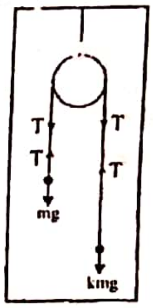
2007

(07)

(සෝ. E) = $\uparrow F$

$\left.\begin{array}{l}(km, සෝ) = \downarrow f \\ (m, සෝ) = \uparrow f\end{array}\right\}$ යයි ගනිමු.

(ලකුණු 05)



(km, E) = (km, සෝ) + (සෝ. E)

$= \downarrow f + \uparrow F = \downarrow (f - F)$

(m, E) = (m, සෝ) + (සෝ. E)

$= \uparrow f + \uparrow F = \uparrow (f + F)$

(ලකුණු 05)

$\underline{F} = m\,\underline{a}$ යොදමු.

km $\downarrow\ kmg - T = km(f - F) \rightarrow (1)$ (ලකුණු 05)

m $\uparrow\ T - mg = m(f + F) \rightarrow (2)$ (ලකුණු 05)

(1) + (2) න් $mg(k - 1) = mf(k + 1) - mF(k - 1)$

$\cancel{m}g(k - 1) + \cancel{m}F(k - 1) = \cancel{m}f(k + 1)$

(ලකුණු 05)

$$f = \frac{(k-1)(g+F)}{(k+1)}$$ (ලකුණු 05) $\boxed{30}$

(2) × k - (1) න්

$T + kT - 2kmg = 2kmF$ (ලකුණු 05)

$T(1+k) = 2km(F+g)$

$$T = 2km\frac{(F+g)}{(1+k)}$$ (ලකුණු 05)

එවිට බර අංශුව (km) නිශ්චලතාවයෙහි පැවතීමට නම්.

(km, E) = $\downarrow (f - F) = 0$ විය යුතු ය.

එම සඳහා $kmg = T$ විය යුතු ය. (1) න් (ලකුණු 05)

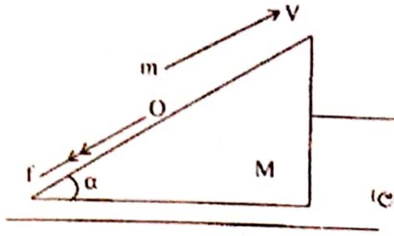
$\Rightarrow kmg = 2km\frac{(F+g)}{1+k} \Rightarrow g + gk = 2F + 2g$

$\Rightarrow gk - g = 2F \Rightarrow \frac{g}{2}(k-1) = F\ (K > 1)$ (ලකුණු 05)

$\boxed{20}$

2008

(08)



(ලකුණු 05)

$M,E = \overrightarrow{F}$

$m,M = \swarrow f$

$m,E = mM + ME$

$\swarrow f + \overrightarrow{F}$ (ලකුණු 05)

$= \overrightarrow{F - f\cos\alpha}$

පද්ධතියට $\rightarrow$ $F = ma$

$0 = MF + m(F - f\cos\alpha)$

$F(M + m) - m f\cos\alpha = 0$ (ලකුණු 10)

$F(M + m) = m f\cos\alpha$

$\frac{F}{f} = \frac{m\cos\alpha}{M + m} \rightarrow (01)$ (ලකුණු 05)

m, M, α යන අගයන් නියත නිසා $\frac{F}{f}$ හි අගය නියත වේ.

$\boxed{25}$

$m/$ $\swarrow$ $F = ma$

$mg\sin\alpha = m(f - F\cos\alpha)$ (ලකුණු 10)

$g\sin\alpha = f - \frac{mf\cos^2\alpha}{m + M}$ [(01) න් ආ. කි]

$g\sin\alpha = f\left[\frac{m + M - m\cos^2\alpha}{m + M}\right]$

$g\sin\alpha = f\left[\frac{m\sin^2\alpha + M}{M + m}\right]$

$f = \frac{g\sin\alpha(M + m)}{M + m\sin^2\alpha}$ (ලකුණු 05)

අංශුව ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට නැවත පැමිණීමේ දී ගමන් කර ඇති විස්ථාපනය 0 වේ.

$\nearrow$ $S = ut + \frac{1}{2}ft^2$

$0 = Vt - \frac{1}{2}ft^2$ (ලකුණු 05)

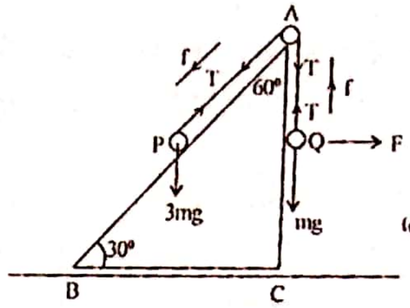
$0 = t\left(V - \frac{1}{2}ft\right)$

$t = 0$ හෝ $t = \frac{2V}{f}$ වේ.

$t = \frac{2V\cdot(M + m\sin^2\alpha)}{g\sin\alpha(M + m)}$ (ලකුණු 05) $\boxed{25}$

2009

(09)



(ලකුණු 10)

$f_{P,E} = \overrightarrow{F} + \swarrow f$ (ලකුණු 05)

$f_{Q,E} = \overrightarrow{F} + \uparrow f$ (ලකුණු 05)

පද්ධතියටම $\overrightarrow{F} = ma$

$2mF + mF + 3m\left(F - \frac{\sqrt{3}}{2}f\right) = 0 \rightarrow (01)$ (ලකුණු 05)

P අංශුවට $\swarrow F = ma$

$\frac{1}{2}.3mg - T = 3m\left(f - \frac{\sqrt{3}}{2}F\right) \rightarrow (02)$ (ලකුණු 05)

Q අංශුවට $\uparrow F = ma$

$T - mg = mf \rightarrow (03)$ (ලකුණු 05)

(01) න් $F = \frac{\sqrt{3}}{4}f \rightarrow (04)$ (ලකුණු 05)

$(2) + (3) \Rightarrow \frac{1}{2}mg = 4mf - \frac{3\sqrt{3}}{2}mF \rightarrow (05)$

(04) න් $f = \frac{4F}{\sqrt{3}}$ (05) ට ආ. කි.

$\sqrt{3}g = F(32 - 9) \Rightarrow F = \frac{\sqrt{3}g}{23}$ (ලකුණු 05)

$\therefore$ කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $= \frac{\sqrt{3}g}{23}$

(03) න් $T = m(g + f)$

$= mg\left(1 + \frac{4}{23}\right) = \frac{27mg}{23}$ (ලකුණු 05)

$\boxed{50}$

2010

(10)

t කාලයේදී $OA = x$ හා $Ap = y$ යැයි ගනිමු.

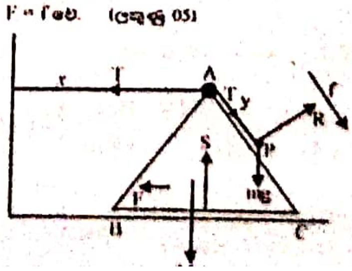
එවිට, $x + y = l$ වේ.

එනම් $\dot{x} + \dot{y} = 0$ හා $\ddot{x} + \ddot{y} = 0$ වේ. (ලකුණු 05)

$F = -\ddot{x}, f = \ddot{y}$ බැවින්.

$-F + f = 0$

$F = f$ වේ. (ලකුණු 05)



$\boxed{10}$

AC දිගේ P අංශුවේ චලිතය සඳහා P = mf යෙදීමෙන්

$mg\sin\alpha - T = m(f - F\cos\alpha) \rightarrow (01)$ (ලකුණු 10)

පද්ධතියේ චලිතය සඳහා P = mf තිරස් ලෙස යෙදීමෙන්.

$T = MF + m(F - f\cos\alpha) \rightarrow (02)$ (ලකුණු 10) $\boxed{20}$

(01) හා (02) එකතු කිරීමෙන් හා F = f යෙදීමෙන්.

$mg\sin\alpha = mF(1-\cos\alpha) + MF + mF(1-\cos\alpha)$
(ලකුණු 05) (ලකුණු 05)

$$\Rightarrow F = \frac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)} \text{ වේ.} \qquad \boxed{10}$$

කුඤ්ඤයේ චලිතය සඳහා t හිදී u = 0 හා s = d සමග (ලකුණු 05)

$S = ut + \frac{1}{2}ft^2$ යෙදීමෙන්.

$$d = \frac{1}{2}\left\{\frac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)}\right\}t^2 \text{ ලැබේ.} \quad \text{(ලකුණු 10)}$$

$$t = \sqrt{\frac{2d\{M + 2m(1-\cos\alpha)\}}{mg\sin\alpha}} \text{ ලැබේ.} \qquad \boxed{15}$$

කුඤ්ඤයේ චලිතය සඳහා u = 0 හා

$$t = \sqrt{\frac{2d\{M + 2m(1-\cos\alpha)\}}{mg\sin\alpha}} \quad \text{(ලකුණු 05)}$$

සමග v = u + ft යෙදීමෙන්.

$$v = \left\{\frac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)}\right\}\sqrt{\frac{2d\{M + 2m(1-\cos\alpha)\}}{mg\sin\alpha}}$$
(ලකුණු 10)

$$= \sqrt{\frac{2dmg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)}} \text{ ලැබේ.} \qquad \boxed{15}$$

පොළොවට සාපේක්ෂව P අංශුවේ චලිතය සඳහා තිරස්ව

$\overrightarrow{v} = u + ft$ යෙදීමෙන් $V_1 = F(1-\cos\alpha)t$ ලැබෙයි. (ල. 05)

V_1 යනු පොළොවට සාපේක්ෂව P අංශුවේ වේගයෙහි තිරස් සංරචකය වේ.

සිරස්ව $\uparrow$ $V = u + ft$ යෙදීමෙන්.

$V_2 = F\sin\alpha\, t$ (ලකුණු 05)

$V_{PE} = V_0$ නම්.

$$V_0 = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$

$$= Ft\sqrt{(1-\cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha} \quad \text{(ලකුණු 05)}$$

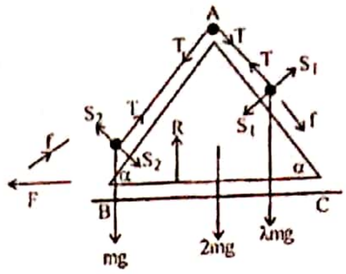
$$= Ft\sqrt{2(1-\cos\alpha)} \quad \text{(ලකුණු 05)}$$

$$= \left\{\frac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)}\right\}\sqrt{\frac{2d\{M + 2m(1-\cos\alpha)\}}{mg\sin\alpha}} \cdot \sqrt{2(1-\cos\alpha)}$$
(ලකුණු 05)

$$= 2\sqrt{\frac{dmg\sin\alpha(1-\cos\alpha)}{M + 2m(1-\cos\alpha)}} \quad \text{(ලකුණු 05)} \qquad \boxed{30}$$

2011

(11)



බල සඳහා (10)

ත්වරණ සඳහා (10)

කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව BA දිගේ P අංශුවේ ත්වරණය f යයි ගනිමු.

එවිට කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව AC දිගේ Q අංශුවේ ත්වරණය f වේ.

CA දිගේ කුඤ්ඤයේ ත්වරණය F යයි ගනිමු.

BA දිගේ P අංශුවේ චලිතය සඳහා F = ma යෙදීමෙන්

$-mg\sin\alpha + T = \lambda m(f - F\cos\alpha) \rightarrow (01)$ ලැබේ. (15)

$\boxed{35}$

AC දිගේ Q අංශුවේ චලිතය සඳහා F = ma යෙදීමෙන්

$\lambda mg\sin\alpha - T = \lambda m(f - F\cos\alpha) \rightarrow (02)$ ලැබේ. (15) $\boxed{15}$

CB දිගේ පද්ධතියේ චලිතය සඳහා F = ma යෙදීමෙන්

$0 = 2mF + m(F - f\cos\alpha) + \lambda m(F - f\cos\alpha) \rightarrow (03)$ ලැබේ.
(15)

$\boxed{15}$

$$F = \frac{1+\lambda}{3+\lambda} f\cos\alpha \quad (5)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow g(1-\lambda)\sin\alpha \quad (5)$$

$$(1+\lambda)f - (1+\lambda)F\cos\alpha \quad (5)$$

$$= (1+\lambda)f\left\{1 - \frac{(1+\lambda)}{3+\lambda}\cos^2\alpha\right\}$$

$$= \frac{(1+\lambda)}{(3+\lambda)}\{(3+\lambda) - (1+\lambda)\cos^2\alpha\}f$$

එබැවින්. $f = \dfrac{(\lambda-1)(3+\lambda)g\sin\alpha}{(1+\lambda)\{(3+\lambda)-(1+\lambda)\cos^2\alpha\}}$ (5) ලැබේ.

එනම් කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P හෝ Q අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය

$$\frac{(\lambda-1)(3+\lambda)g\sin\alpha}{(1+\lambda)\{(3+\lambda)-(1+\lambda)\cos^2\alpha\}} \text{ වේ.} \qquad \boxed{20}$$

තන්තුව කැඩී යාමෙන් මොහොතකට පසුව කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය λ = 0 යයි

$$f = \frac{(\lambda-1)(3+\lambda)g\sin\alpha}{(1+\lambda)\{(3+\lambda)-(1+\lambda)\cos^2\alpha\}}$$ හි යෙදීමෙන් ලබාගත (10) හැකිය.

එබැවින් තන්තුව කැඩීයාමෙන් මොහොතකට පසුව කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $f_1 = \dfrac{3g\sin\alpha}{3 - \cos^2\alpha}$
(5)

$\boxed{15}$

2012

(12) a යනු Q අංශුවේ ත්වරණය යැයි ගනිමු. සිරස්ව පහළට Q අංශුවේ චලිතය සඳහා F = ma යෙදීමෙන්,

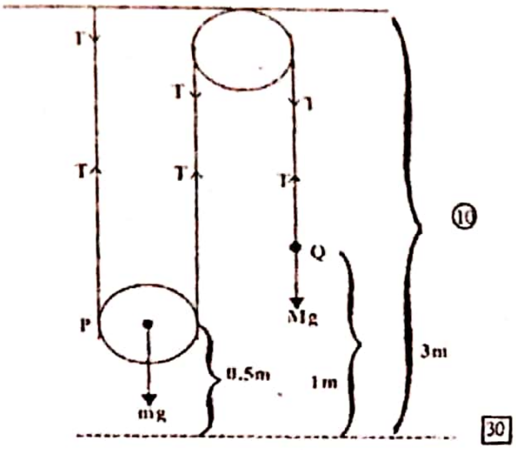
$Mg - T = Ma \rightarrow (01)$ ⑤

සිරස් ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා F = ma යෙදීමෙන්,

$2T - mg = m\frac{a}{2} \rightarrow (02)$ ⑩

① × 2 + ② න්, $2Mg - mg = \left(2M + \frac{m}{2}\right)a$ යයි ලැබේ. ⑤

එනම් $a = 2\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g$ ලැබේ.



⑩ $\boxed{30}$

(01) න් $T = Mg - Ma$

$$= Mg\left[1 - 2\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)\right] = \frac{3mMg}{4M + m} \text{ ලැබේ.}$$

⑤ ⑤ $\boxed{10}$

සිරස්ව පහළට Q අංශුවේ චලිතය සඳහා $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්,

$1 = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{2(2M - m)}{4M + m}\right)gt_0^2$ වේ. මෙහි t_0 යනු පොළොවට ළඟාවීමට අවශ්‍ය කාලය වේ. ⑩

$t_0 = \sqrt{\frac{4M + m}{(2M - m)g}}$ තත්පර $\boxed{10}$

h_0 යනු t_0 කාලය තුළ P කප්පිය ඉහළ නගින උස යැයි ගනිමු. සිරස්ව ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්,

$h_0 = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)\left(\frac{4M + m}{2M - m}\right) = \frac{1}{2}$ මීටර යයි ලැබේ. ⑤

V යනු t_0 කාලයේදී, P කප්පියේ ප්‍රවේගය යැයි ගනිමු. සිරස්ව ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා $V = u + at$ යෙදීමෙන්

$$V = 0 + \left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g\sqrt{\frac{4M + m}{(2M - m)g}} = \sqrt{\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g}$$ ⑤

⑤ යයි ලැබේ.

Q අංශුව පොළොවට ළඟාවූ පසු P කප්පිය ඉහළ නගින උස h_1 යයි ගනිමු.
Q අංශුව පොළොවට ළඟා වූ පසු P කප්පියේ චලිතය සඳහා සිරස්ව ඉහළට $V^2 = u^2 + 2as$ යෙදීමෙන්,

$0 = \left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)g - 2gh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)$ යයි ලැබේ.

⑤ ⑤

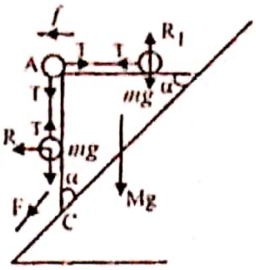
මුළු උස $= \frac{1}{2} + h_0 + h_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{2M - m}{4M + m}\right)$

$= \frac{1}{2} + \frac{3M}{4M + m}$ මීටරයේ. ⑤

$\boxed{30}$

2013

(13)



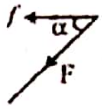
බල සඳහා ⑩

ත්වර. W, E =

ත්වර. P, W =

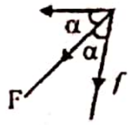
ත්වර Q, W =

ත්වර P, E =



⑩

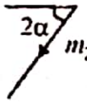
ත්වර Q, E =



$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්.

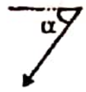
P සඳහා ⟵ $T = m_1(f + F\cos\alpha) \rightarrow (01)$ ⑩

P සඳහා



$m_2 g\sin 2\alpha - T = m_2(f + F\cos\alpha) \rightarrow (02)$ ⑩

පද්ධතිය සඳහා



$$(M + m_1 + m_2)g\sin\alpha = \begin{pmatrix} MF + m_1(F + f\cos\alpha) \\ + m_2(f\cos\alpha + F) \end{pmatrix} \rightarrow (03)$$ ⑩

$\boxed{50}$

$\boxed{m_1 + m_2}$

(01) + (02) ⇨ $m_1 g\sin 2\alpha = m_1 2(f + f\cos\alpha)$

$f + F\cos\alpha = g\sin\alpha\cos\alpha \rightarrow (04)$ ⑤

(03) ⇨ $(M + 2m_1)g\sin\alpha$

$= MF + 2m_1(F + f\cos\alpha)$ ⑤

$= (M + 2m_1)F + 2m_1 f\cos\alpha$

$g\sin\alpha = F + \frac{2m_1}{M + 2m_1}f\cos\alpha \rightarrow (05)$ ⑤

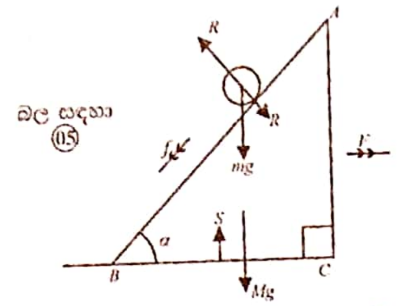
$(04) + (5)\cos\alpha \Rightarrow f = \frac{2m_1}{M + 2m_1}f\cos^2\alpha$ ⑤

$Mf + 2m_1\sin^2\alpha f = 0 \Rightarrow f = 0$ ⑤

දැන් (05) ⇨ $F = g\sin\alpha$ $\boxed{25}$

2014

(14)



$\underline{a}(M,E) = \rightarrow F$ and $\underline{a}(m,M) = f$ α යැයි ගනිමු (05)

එවිට $\underline{a}(m,E) = \alpha f \rightarrow F$ (10)

$F = m\underline{a}$ යොදමු.

පද්ධතිය සඳහා, $\rightarrow 0 = MF + m(F - f\cos\alpha) \rightarrow$ (1) (15)

m සඳහා, $\swarrow mg \sin\alpha = m(f - F\cos\alpha) \rightarrow$ (2) (15)

(1) න්, $f = \frac{(m+M)}{m\cos\alpha}F$

(2) න්, $g \sin\alpha = \left(\frac{m+M}{m\cos\alpha}\right)F - F\cos\alpha$

$mg \sin\alpha\cos\alpha = \left(M + m - m\cos^2\alpha\right)F$

$F = \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ (10)

$f = \frac{(M+m)mg\cos\alpha\sin\alpha}{m\cos\alpha\left(M + m\sin^2\alpha\right)}$

$= \frac{(M+m)g\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ (10) $\boxed{70}$

$\alpha = \pi/4$ හා $M = \frac{5m}{2}$ යෙදූ විට, $F = g/6$ හා $f = \frac{7g}{6\sqrt{2}}$ (05)

M සාපේක්ෂව m හි චලිතය සඳහා $\swarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යොදමු

$\sqrt{2}\,a = \frac{1}{2}\cdot\frac{7g}{6\sqrt{2}}T^2$ (05)

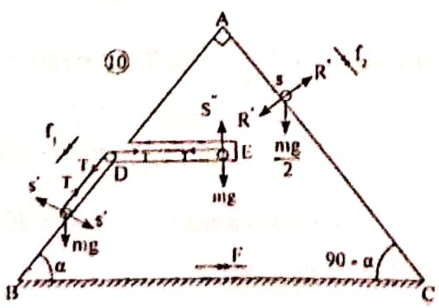
$T = \sqrt{\frac{24a}{7g}}$ (05)

ME හි චලිතය සඳහා $\rightarrow v = u + at$ යොදමු. $\boxed{20}$

$v = \frac{g}{6}\sqrt{\frac{24g}{7g}} = \sqrt{\frac{2ga}{21}}$ (05)

2015

(15)



නිව්ටන් දෙවැනි නියමය යෙදීමෙන්,

P අංශුවට, ED දිශාවේ : $\leftarrow T = m(f_1 - F)$ — (1) (10)

Q අංශුවට, DB දිශාවේ : α

$mg\sin\alpha + T = m(f_1 - F\cos\alpha)$ — (2) (10)

S අංශුවට AC දිශාවේ

$\frac{mg}{2}\cos\alpha = \frac{m}{2}(f_2 + F\sin\alpha)$ — (3) (10)

පද්ධතියට BC දිශාවේ $\rightarrow$

$0 = MF + m(F - f_1) + m(F - f_1\cos\alpha) + \frac{m}{2}(F + f_2\sin\alpha)$ — (4) (15) $\boxed{55}$

$\frac{(1) + (2)}{m}$ $g\sin\alpha = 2f_1 - F(1 + \cos\alpha)$

$\Rightarrow f_1 = \frac{g\sin\alpha + F(1 + \cos\alpha)}{2}$ (05)

(3) න්, $f_2 = g\cos\alpha - F\sin\alpha$ (05)

(4) $\Rightarrow 0 = F\left(M + \frac{5m}{2}\right) - mf_1(1 + \cos\alpha) + \frac{m}{2}f_2\sin\alpha$

$0 = \frac{F}{2}(2M + 5m) - \frac{m}{2}(1 + \cos\alpha)\{(g\sin\alpha + F(1 + \cos\alpha)\}$

$+ \frac{m}{2}\sin\alpha(g\cos\alpha - F\sin\alpha)$ (10)

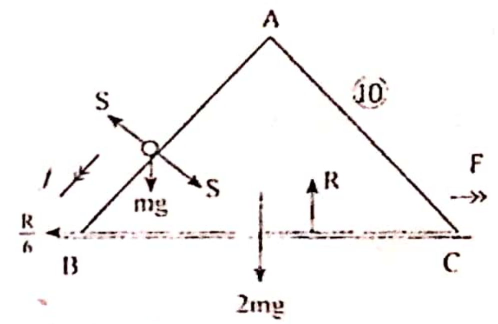
$m g\sin\alpha = F\{2M + 5m - m(1 + \cos\alpha)^2 - m\sin^2\alpha\}$

$= F\{2M + 3m - 2m\cos\alpha\}$ (05)

$\Rightarrow F = \frac{mg\sin\alpha}{2M + 3m - 2m\cos\alpha}$ $\boxed{25}$

2016

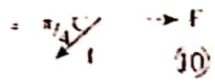
(16)



$\underline{a}(2m, E) = F \rightarrow$

$\underline{a}(m, 2m) = f$

$\underline{a}(m, E) = \underline{a}(m, 2m) + \underline{a}(2m, E)$



$F = m\underline{a}$ යොදමු.

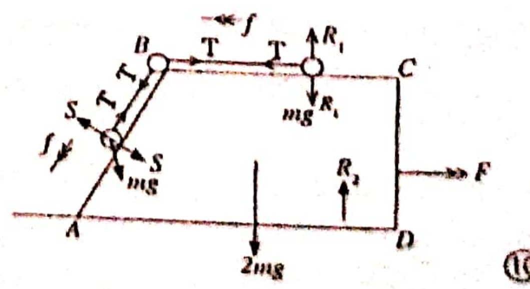
(i) P අංශුව සඳහා $\swarrow mg\frac{\sqrt{2}}{2} = m\left(f - F\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (15)

(ii) පද්ධතිය සඳහා $\rightarrow \frac{-R}{6} = 2mF + m\left(F - \frac{f}{\sqrt{2}}\right)$ (15)

(iii) පද්ධතිය සඳහා $\uparrow R - 3mg = \frac{-mf}{\sqrt{2}}$ (10) $\boxed{60}$

2017

(17)



a(P, Block) = f ↙ යැයි ගනිමු. එවිට a(Q, Block) = f ←
තවද, f (Block E) = F →

$F = ma$ යෙදීමෙන්

පද්ධතියට → $0 = 2mF + m(F - f) + m(F - f\cos\alpha)$ (10)

$\Longrightarrow 0 = 4F - f - f \times \frac{3}{5}$

$\therefore f = \frac{5F}{2}$ —— (1) (05)

P අංශුවට ↙ $mg\sin\alpha - T = m(f - F\cos\alpha)$ —— (2) (10)

Q අංශුවට ← $T = m(f - F)$ —— (3) (10)

(2) + (3) $\Longrightarrow mg \times \frac{4}{5} = m(f - F) + m(f - F \times \frac{3}{5})$ (05)

$\Longrightarrow 4g = 5f - 5F + 5f - 3F$

$\Longrightarrow 4g = 10f - 8F$ (05)

දැන් (1) $\Longrightarrow 4g = 25F - 8F$

$\Longrightarrow F = \frac{4}{17}g$ (05)

(1) $\Longrightarrow f = \frac{10g}{17}$ (05)

$\boxed{70}$

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ ↙ යෙදීමෙන්

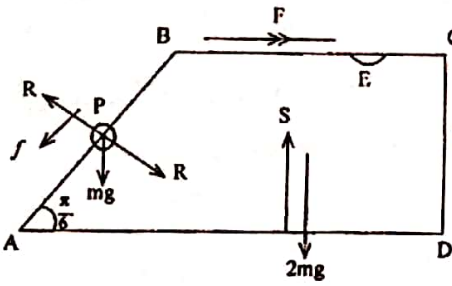
(P, B) හි චලිතය සඳහා $a = 0 + \frac{1}{2}ft^2$ (05)

$\therefore t = \sqrt{\frac{2a}{\frac{10g}{17}}} = \sqrt{\frac{17a}{5g}}$ (05)

$\boxed{10}$

2018

(18)



$\boxed{ල-10}$

a (p, w) = f ↙ a(W, E) = F → $\boxed{ල-05}$

F = ma

පද්ධතියට → $0 = m(-f\cos\frac{\pi}{6} + F) + 2mF$ $\boxed{ල-15}$

$0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f + 3F \Rightarrow \frac{\sqrt{3}f}{6} = F$ $\boxed{ල-05}$

P සඳහා ↓ $mg\cos\frac{\pi}{3} = m(f - F\cos\frac{\pi}{6})$ $\boxed{ල-10}$

$\frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}F}{2} \Rightarrow \frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}f}{6}$ $\boxed{ල-05}$

$\Rightarrow f = \frac{2g}{3}$ $\boxed{ල-05}$

කූට්ටියට සාපේක්ෂව B ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුවේ ප්‍රවේගය චලිතය V යැයි ගනිමු.

$v^2 = u^2 + 2as$ භාවිතයෙන්

$v^2 = u^2 - 2\left(\frac{2g}{3}\right)a$ $\boxed{ල-05}$

$= \frac{7ga}{3} - \frac{4ga}{3}$

$v = \sqrt{ga}$ $\boxed{ල-05}$

$\boxed{මු.ල-45}$

AB මුහුණතින් ඉවත්වීමෙන් පසු, කූට්ටියට සාපේක්ෂව අංශුවේ චලිතය සඳහා,

a(P, W) = a(P, E) + a(E, W)

= ↓g + 0 (∵ කූට්ටිය නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන බැවින්)

= ↓g $\boxed{ල-10}$

කූට්ටියේ උඩත් මුහුණතට නැවත ළඟා වීමට P අංශුව ගනු ලබන කාලය t යයි ගනිමු.

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

එවිට ↑ $0 = v\sin\frac{\pi}{6}t - \frac{1}{2}gt^2$ $\boxed{ල-05}$

$= \frac{v}{2}t - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{a}{g}}$ $\boxed{ල-05}$

R යනු කූට්ටියේ උඩත් මුහුණත මත තිරස් සාපේක්ෂ විස්ථාපනය යැයි ගනිමු.

$R = V\cos\frac{\pi}{6} \cdot t$ $\boxed{ල-05}$

$R = V \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}} = \sqrt{ga} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}}$

$\therefore R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ $\boxed{ල-05}$

එබැවින් අංශුව E හි සිදුරට වැටේ. $\boxed{මු.ල-30}$